UNIVERSITÉ DE RENNES I

UFR SPM

Magistère MATÉRIAUX I
Janvier 2000

MÉTHODES MATHÉMATIQUES
POUR
LES SCIENCES PHYSIQUES

****

1- Donner le groupe de symétrie de la molécule proposée figure 1.

****

2- Montrer que les groupes suivants sont isomorphes entre eux.

Dresser la liste de leurs sous groupes: sont ils invariants ?

a) les quatre matrices $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

b) les quatre fonctions $f_1(z) = z$ $f_2(z) = -z$ $f_3(z) = z^{-1}$ $f_4(z) = -z^{-1}$
avec la loi de composition suivante:

$$f_i f_j(z) \equiv f_i\left[f_j(z)\right]$$

c) les quatre nombres 1 3 5 7
avec la multiplication ordinaire comme loi de composition interne, modulo 8.

****

3- Diffraction par un gaz monoatomique.

Dans un gaz les atomes restent fort éloignés les uns des autres et on peut adopter une fonction de partition uniforme pour représenter la densité de probabilité de présence d'un atome à la distance x d'un atome central. Nous considérons ici un arrangement d'atomes à une dimension disposés au hasard sur une droite à raison de N atomes sur une longueur L avec N<<L/a, a étant le diamètre des atomes. La densité de probabilité est donc $\rho(x) = N / L = cste$=C. L'atome central peut être modélisé par un pic de Dirac avec un volume d'exclusion égal à 2a. Le gaz peut donc être schématisé par la fonction P(x) présentée figure 2.
Calculer et donner graphiquement l'allure de la fonction Transformée de Fourier de P(x).
(Utiliser les propriétés linéaires de la TF et les résultats du cours donnant la TF de quelques fonctions élémentaires).

****

4- La fonction $f(x) = e^{-\pi x^2}$ est solution de l'équation différentielle

$$f'(x) + 2\pi x f(x) = 0$$

Calculer la Transformée de Fourier de cette équation et en déduire F(u) la TF de f(x).

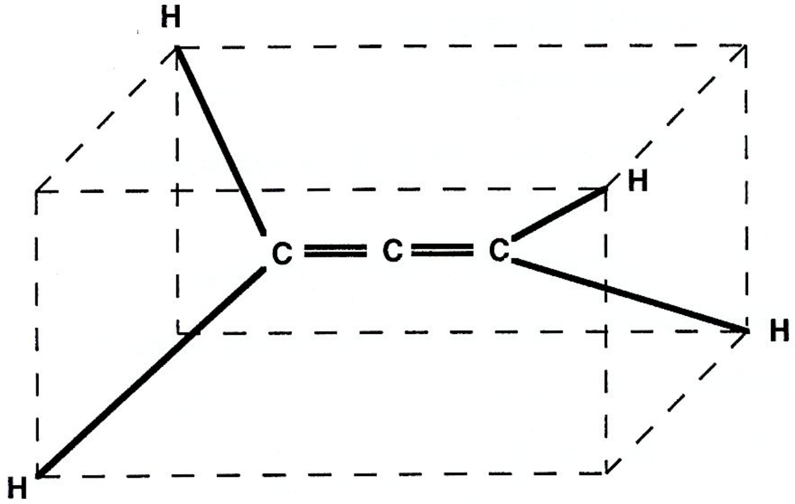

Fig 1

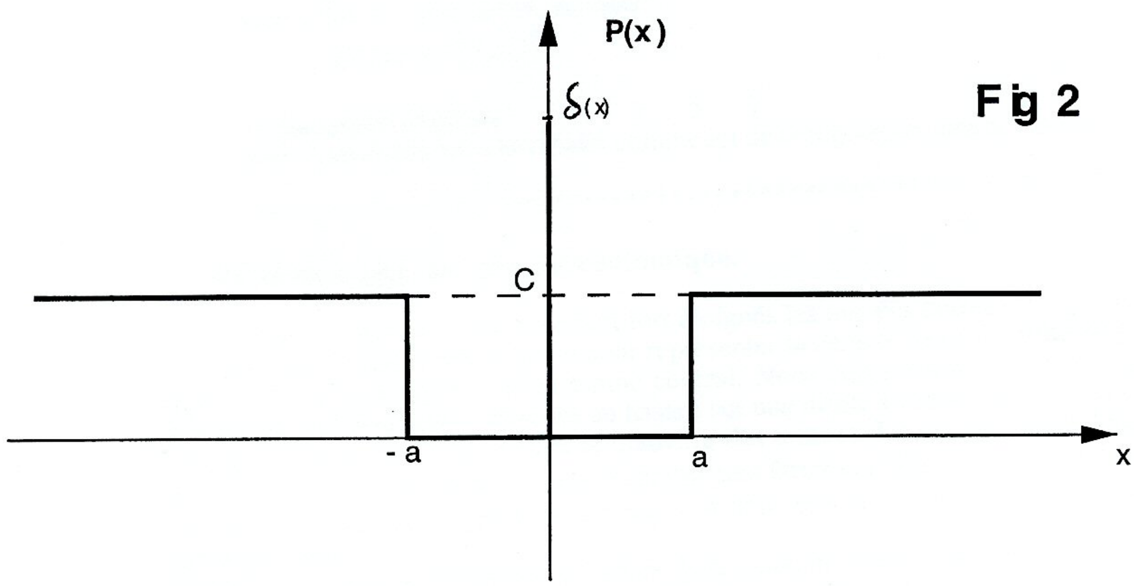

Fig 2