

Université Rennes 1.

Février 1997

Magistère Matériaux 1ère année

Mécanique quantique

(Une feuille de notes format A4 auto-collante)

Problèmes de Mécanique

Exercice : 1h30

I. Partie théorique à vous dicter :

1. On considère un système de spins en interaction les points réels \vec{r}_i :

$$H(\vec{r}_i) = \sum_i \left(\frac{p_i^2}{2m} + V(\vec{r}_i) \right) + \sum_{i,j} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

$$H(\vec{r}_i) = \sum_i \left(\frac{p_i^2}{2m} + V(\vec{r}_i) \right) + \sum_{i,j} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

Quelles sont les unités des constantes J_{ij} ? Les constantes J_{ij} sont-elles positives ou négatives ? Quelles sont les unités des constantes J_{ij} ? Les constantes J_{ij} sont-elles positives ou négatives ? Quelles sont les unités des constantes J_{ij} ? Les constantes J_{ij} sont-elles positives ou négatives ?

2. On considère un système de spins en interaction les points réels \vec{r}_i :

$$H(\vec{r}_i) = \sum_i \left(\frac{p_i^2}{2m} + V(\vec{r}_i) \right) + \sum_{i,j} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

$$H(\vec{r}_i) = \sum_i \left(\frac{p_i^2}{2m} + V(\vec{r}_i) \right) + \sum_{i,j} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

1. Déterminez les conditions de stabilité de l'équilibre de l'ensemble des spins en interaction.

2. Écrivez les deux équations différentielles de mouvement de l'ensemble des spins en interaction.

3. Écrivez les deux équations différentielles de mouvement de l'ensemble des spins en interaction.

4. Écrivez les deux équations différentielles de mouvement de l'ensemble des spins en interaction.

5. Écrivez les deux équations différentielles de mouvement de l'ensemble des spins en interaction.

II. Partie pratique à vous dicter :

1. On considère un système de spins en interaction les points réels \vec{r}_i :

On considère un système de deux oscillateurs harmoniques identiques mais couplés, dont l'hamiltonien classique est:

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x_1^2 + \frac{p_2^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x_2^2 + \frac{1}{2}k(x_1 - x_2)^2$$

où k est la constante de couplage.

1- Pour se ramener au système du centre de masse, on effectue les changements de variable suivants:

$$X = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$x = x_1 - x_2$$

$$P = 2m\dot{X}$$

$$p = \frac{m}{2}\dot{x}$$

Montrer qu'alors l'hamiltonien classique s'écrit:

$$H = \frac{P^2}{2M} + \frac{1}{2}M\omega^2 X^2 + \frac{p^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\Omega^2 x^2$$

en définissant les quantités M , μ et Ω en fonction de m , ω et k .

2- On considère maintenant le système quantique correspondant. Donner sans calcul