Université de Rennes I
Magistère Matériaux 1ère année
Janvier 2004

Physique Quantique
(Une feuille de notes format A4 autorisée)
Durée : 2H

1- On considère une particule de masse m dans le puits de potentiel défini par :

$$V(x) \to +\infty \text{ pour } x < 0 \text{ et } x > a$$
$$V(x) = 0 \text{ pour } 0 \leq x \leq a$$

Rappeler l'équation de Schrödinger. Donner toutes les conditions auxquelles doivent satisfaire les fonctions d'onde ? Etablir l'expression des énergies, des fonctions d'onde et des densités de probabilité de présence au point x pour les états stationnaires possibles de la particule. Représenter les fonctions d'onde et les densités de probabilité associées en fonction de x pour les deux premiers états stationnaires. On appellera $|\varphi_1\rangle$ et $|\varphi_2\rangle$ les kets correspondants et montrer que $\langle\varphi_1|\varphi_2\rangle = 0$.

2- Un état physique est une combinaison linéaire des états propres du système. On suppose qu'à t = 0, on a :

$$|\psi(t=0)\rangle = C\left(|\varphi_1\rangle + |\varphi_2\rangle\right)$$

Calculer C en normalisant $|\psi\rangle$. Comment s'écrit $|\psi(t)\rangle$ pour t > 0 ? (on posera $\omega_{21} = \frac{3\pi^2\hbar}{2ma^2}$).

$\langle X|\varphi_1\rangle = \varphi_1(x)$

$P(x,t) = |\Psi(x,t)|^2 = |\langle X|\Psi(t)\rangle|^2$

3- Donner l'expression de la densité de probabilité de présence au point x et à l'instant t. Tracer cette fonction aux instants t = 0, $\frac{\pi}{2\omega_{21}}$, $\frac{\pi}{\omega_{21}}$, $\frac{3\pi}{2\omega_{21}}$, $\frac{2\pi}{\omega_{21}}$. Indiquer le comportement de la particule lorsqu'elle atteint le bord du puits de potentiel.

Tourner la page

4- Calculer la valeur moyenne de la position x de la particule occupant un état stationnaire quelconque $|\varphi_n\rangle$, puis pour l'état décrit par $|\psi(t)\rangle$, et tracer cette fonction en fonction de t.

5- Calculer et tracer en fonction de t la valeur moyenne de la vitesse de la particule.

On rappelle l'évolution temporelle de la valeur moyenne de l'opérateur A(t) :

$$\frac{d\langle A(t)\rangle}{dt} = \left\langle \frac{\partial A(t)}{\partial t} \right\rangle + \frac{1}{i\hbar}\langle [A(t), H(t)] \rangle$$