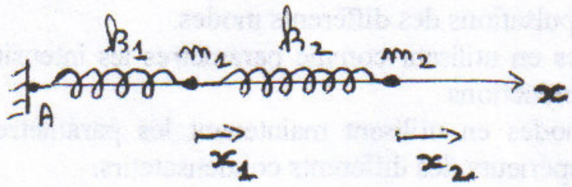
LICENCE 3 Physique-chimie, matériaux | UE 28 Vibrations 1

Parcours Matériaux | jeudi 5 janvier 2006

Oscillations libres



Considérons le système de masses et de ressorts schématisé sur la figure ci-contre. Les deux masses m_1 et m_2 correspondent à deux anneaux, assimilables à des masses ponctuelles, enfilés sur une tige horizontale.

Les deux ressorts ont des constantes de raideur k_1 et k_2 et l'extrémité A du premier ressort est fixe. On met le système en oscillations longitudinales libres à l'aide d'une perturbation initiale. Le mouvement est supposé sans frottement.

1) Ecrire les équations du mouvement des deux masses. On désignera par x_1 et x_2 les déplacements des masses m_1 et m_2 par rapport à leurs positions au repos.
2) Dans le cas où $m_1 = m_2$ et $k_1 = k_2$ calculer la pulsation et la forme des différents modes.

Systèmes ayant un grand nombre de degrés de liberté

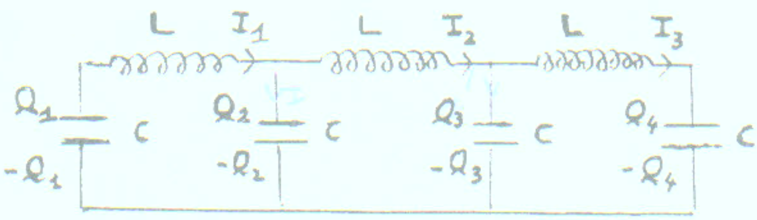
I) Vibrations longitudinales d'une chaîne d'atomes

Considérons une chaîne de N atomes identiques, de masse m, séparés à l'équilibre par une distance a (paramètre du réseau) et interagissant entre plus proches voisins par l'intermédiaire d'une force élastique de constante K. La relation de dispersion dans le cas d'oscillations longitudinales est donnée par la relation $\omega(k) = 2\sqrt{\frac{K}{m}}\sin\frac{ka}{2}$.

1) Quelles sont les propriétés caractéristiques de cette relation de dispersion ?
2) Quelles informations peut-on tirer de la relation de dispersion ?
3) Qu'appelle-t-on "limite de l'approximation continue" et quelles sont les propriétés de la courbe de dispersion à l'intérieur de cette limite ?

II) Circuits couplés

1) A partir des relations d'équivalence usuelles entre les systèmes mécaniques et électriques établir la relation de dispersion d'une suite N de circuits couplés.
2) Peut-on attribuer au paramètre a une signification physique ? Expliciter.
3) Plaçons nous dans le cas où N = 3.



n = 1 2 3

…/…

Chaque circuit est repéré par son indice n. La solution des équations du mouvement dans un mode donné de vecteur d'onde k est fournie par l'expression :

$$I_n(t) = \cos(\omega t + \varphi)\ [A\sin(kna) + B\cos(kna)\ ]$$

Cette expression ne tient pas compte des conditions aux limites. Comment pouvez-vous exprimer les conditions aux limites lorsque N = 3 ? Que devient I_n lorsque vous prenez en compte ces conditions aux limites.

4) Déterminer les vecteurs d'onde et les pulsations des différents modes.
5) Donner la forme des différents modes en utilisant comme paramètres les intensités I_n des courants dans les différentes self-inductions.
6) Exprimer la forme des différents modes en utilisant maintenant les paramètres Q_i représentant la charge des plateaux supérieurs des différents condensateurs.