ESIR 2 – DOM **Mardi 8 octobre 2013**

Contrôle continu d'AUTO 1

Durée : 1h15
Sans document
Calculatrice autorisée.

Exercice 1. En utilisant la Transformée de Laplace (TL), trouver la réponse temporelle du système décrit par l'équation suivante où $y(t)$ est la sortie et $x(t)$ l'entrée :

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = x(t)$$

où $x(t)$ est l''échelon unité et les conditions initiales sont données par : $y(0) = 1$ et $y'(0) = 2$.

Rappels : si l'on note $X(p)$ la TL monolatérale d'un signal $x(t)$, la TL de $x'(t)$ s'écrit : $pX(p) - x(0)$ et celle de $x''(t)$ s'écrit : $p^2X(p) - px(0) - x'(0)$.

Exercice 2. Soit le système de la Figure 1.

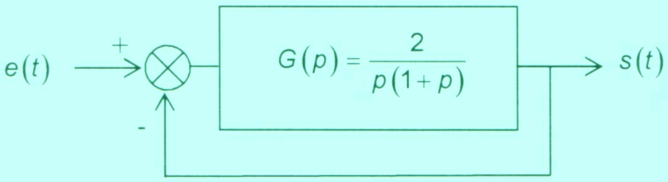

Figure 1

1. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée.
2. Déterminer le gain statique, le coefficient d'amortissement et la pulsation propre non amortie du système en boucle fermée.
3. Quelles sont les erreurs en régime permanent à une entrée en échelon, en rampe, en accélération ? Justifier votre réponse.

Exercice 3. Soit un système de fonction de transfert

$$H(p) = \frac{1}{p^3 + 8p^2 + 14p + 24}$$

Déterminer si ce système est stable à partir du critère de Routh-Hurwitz.

Exercice 4. Soit un système à retour unitaire dans la fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit :

$$H(p) = \frac{2k}{1 + 1{,}25p}, \quad k \text{ réel}$$

1. Pour $k = 1$, tracer les lieux de Bode (module et phase), Black et Nyquist de $H(p)$.
2. Pour $k = -1$, tracer le lieu de Nyquist de $H(p)$.
3. A partir du critère de Nyquist et en vous aidant des questions précédentes, conclure sur la stabilité du système bouclé en fonction de k.
4. Vérifier le résultat de la question précédente à partir du critère de Routh-Hurwitz.

Rappels sur la construction du tableau de Routh-Hurwitz

Soit l'équation caractéristique : $a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0 = 0$, avec $a_n > 0$, on forme le tableau suivant :

p^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	....
p^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	....
p^{n-2}	$c_n = \dfrac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$	$c_{n-1} = \dfrac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$	$c_{n-2} = \dfrac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}}$	....
⋮	$d_n = \dfrac{c_n a_{n-3} - a_{n-1}c_{n-1}}{c_n}$	$d_{n-1} = \dfrac{c_n a_{n-5} - a_{n-1}c_{n-2}}{c_n}$	....	....
	$e_n = \dfrac{d_n c_{n-1} - d_{n-1}c_n}{d_n}$	$e_{n-1} = \dfrac{d_n c_{n-2} - d_{n-2}c_n}{d_n}$		

Le coefficient a_{n-1} est le pivot de la 3^e ligne.
La 4^e ligne s'obtient, comme la 3^e, en multipliant en diagonale les termes de la 2^e ligne et de la 3^e ligne, les termes obtenus étant tous divisés par le pivot de la 4^e ligne, et ainsi de suite.